D1 Components

# 軸受寿命の信頼性

Bearing life Reliability

キーワード ワイブルスロープ・メジアンランク・信頼限界・サドンデス

軸受事業部
渡辺 孝一 Kouichi Watanabe

# 要　旨

転がり軸受の寿命計算式は、JISなどの公共規格に記載されているように、機械部品の中では比較的計算しやすい形であらわされています。また、実際に実験などで観測される寿命は、計算値の数倍になることが多く、このため、計算値は担保される寿命として絶対視される傾向があります。しかし、軸受寿命計算式は、軸受寿命が確率分布することを前提に構成されていますので、ばらつきのありうるということは容認しなければいけないことです。ここでは、そのようなことを計算式の構成された経緯から説明してみます。

# Abstract

The calculation formula for a rolling bearing life is described in national standards such as JIS and is relatively easy to use compared with the formulas for other mechanical parts.

Additionally, the values of observed lives in experiments are often several times larger than the calculated values. For this reason, there is a tendency to regard a calculated life as a guaranteed lifespan. However, since the calculation formula for a bearing life is constructed on the premise that bearing life follows a probability distribution, it is necessary to accept that variation is possible.

In this article, this point is explained based on the background behind the formulation of the calculation formula.


# 1. はじめに

人に寿命があるのと同様に、機械製品にも寿命がある、いつかは使えなくなってしまう、そう感じたことは誰にも経験があると思います。その機械を構成している部品の一つに軸受がありますが、軸受についても同じことが云えます。ただ、他の機械部品と違って、軸受の寿命は信頼度の高い予測が可能になってきています。通常、機械製品は、必要な耐久時間が設定されて設計されます。このとき、これだけの力を受けて、これだけの期間回ってくれるには、どんなサイズの軸受を配置すれば、機械の必要寿命を満たすことができるか、というようなことを考えるときに必要なわけです。この計算値の見方、取り扱い方などを、軸受製造メーカーの視点で紹介してみます。

注）ここでは、潤滑条件が適切であるなど、疲労寿命と類似の破損に至ることを前提に式を構成しています

# 2. 確率寿命

## 1）ワイブル分布

数多くの軸受を同じ条件で回転させたとき、軸受寿命にはばらつきが発生しますが、それらを短い順から並べて、x1時間まで耐えたものn1ヶ、x2(>x1)時間まで耐えたものn2ヶ・・・とすると、それらの度数分布は寿命xの比較的短い域に分布が集中し、xの増加と共になだらかな曲線となって分布しますが、横軸の寿命を対数表示にしてあらわすと正規分布の形状に近くなるといわれています。この特性をおそらく利用したのだと思われますが、縦軸の度数をx時間まで持ちこたえた累積破損率(＝累積破損個数／全体総数) F(x)とした累積分布関数と呼ばれているものを構成するとき、

$$F(x)=1-\exp(-\alpha x^{\beta}) \qquad \cdots\cdots(1)$$

ここに

F(x)；x時間までに破損したものの累積個数の全体に対する割合

$\alpha$；材料の強さを表わす定数
（後述のワイブル線図のy設変に相当します）
$\beta$；材料のばらつき表わす定数
（後述のワイブル線図のワイブルスロープに相当します）

のような一般的な数式で表わせるとしたのがワイブル分布と呼ばれているものです。この式を逆に見れば、1−F(x)はx時間後も生き残っている全体の割合を示すことになります。

このような分布は、寿命を扱う場合には最も適した確率の分布だといわれていて、軸受寿命の考え方も、これに基づいて計算が構成されています。

## 2）寿命の定量的定義

寿命には短いものもあれば長いものもある、これが分かったとして、では、軸受寿命と一口にいうが、寿命の定義は何だ、ということになります。

軸受寿命の定義は、各軸受メーカーのカタログにも記載してありますが、

「一群の同じ軸受を、同一の使用条件で回転させたとき、そのうちの90%の軸受が疲れによる損傷を起こすことなく回転できる統計的寿命（時間または総回転数）」

と定義されています。いい換えれば、数多くの軸受を同一条件で回転させたとき、それらの90%のものが死なないでいる寿命、ということになります。

なので、軸受メーカーが有しているような同じ回転試験機で、例えば、100ヶの軸受を同一使用条件で回転試験させたとしたら、最初の1ヶが壊れ、2ヶ目が壊れ・・・という具合で、順に増えていき、全体個数の10%である10ヶ目の軸受が疲労で損傷してしまうまでの時間が、ここでいう軸受寿命に相当することになります。なぜ、10%の軸受なのか、というのは、統計的には深い意味があるのだと思われますが、ここでは、そうしたのだ、と理解して下さい。

一群の10%の個数が破損する確率寿命というので、L10と表現しています。L10があるということは、L50とかL1とかもあるということで、破損軸受の割合に応じた転がり疲れ寿命の表わし方があります。L10やL50は比較的よく出くわす寿命用語です。

## 3）L10の実験による求め方

では、軸受の疲労寿命試験を行なったとして、L10寿命はどうやって求めるのでしょうか?

通常は、ワイブル確率用紙を用いて、次のような手順で求めます。

・試験個数に応じたメジアンランクを、数表から予め求めておきます（ここでは、そうやるんだとだけ考えてください）。例えば、試験個数4ヶで、全数破損まで試験するとしたら、4ヶのメジアンランクを、表2から、15.9%、33.6%、61.3%、84.1%と求めます。

・4ヶの破損に至るまでの時間が寿命試験結果から確認できたら、それを短いものから順に並べます。ここでは、表1のように、110hrs、250hrs、280hrs、370hrsになったとします。縦軸の累積破損確率（%）を上記のメジアンランクの数値とし、横軸を上記の寿命（hrs）とし、これらをワイブル確率紙に、(110,15.9)，(250,33.6)，(280,33.6)，(370,84.1) のようにプロットすると図1のようになります。

・これらのプロット点を、最小2乗法などにより直線で近似し、それの累積破損確率10%の交点の寿命を求めると、それがL10になるわけです。このようにして、この例の場合、L10=95hrsと求めることができます（図1に記載してあります）。なお、直線は、累積破損率が10%以下の場合は信頼度が小さくなるので、一般には、10〜60%の間で直線が引けるように、試験個数決めた方が良いといわれています。

このような手順でL10を求めることさえできれば、転がり寿命試験を扱う業務では、最低限これで事足りると思われます。されど、線図を書き上げるにあたってよく使われる言葉、あるいは誘導される言葉の意味を知っておけば、確率寿命ということの理解をより深めることができます。例えば、メジアンランク、ワイブルスロープなどです。これらの言葉の意味することを、次に記してみたいと思います。

表1　N=4での全数破損時間例

| | 累積破損率（メジアンランク） | 実測寿命(hrs) |
|---|---|---|
| 1 | 0.1591 | 110 |
| 2 | 0.3364 | 250 |
| 3 | 0.6135 | 280 |
| 4 | 0.8409 | 370 |

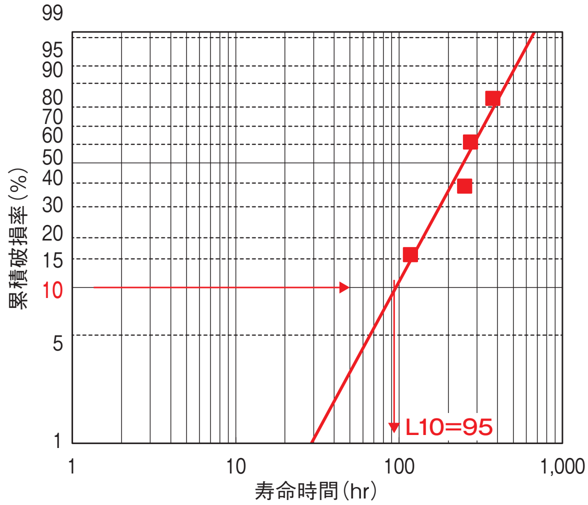



図1　表1のワイブルプロット例

## 4) メジアンランク

メジアンランクとは上記でも少し書きましたが、確率的に最も生じやすい位置のことをいいます。これを数式であらわすと次になります。母集団全数Nに対しての順位数をjとしたとき、$\lambda=j/N$[順位率(ランク)と呼ばれます]が、母集団からnヶずつ取り出した中から順序番号jだけを集めたとしたら、その順位率がλとなるような累積出現確率Gn,j(λ)が

$$Gn,j(\lambda)=nCj\cdot\lambda j\cdot(1-\lambda)\,n-j+nCj+1\cdot\lambda j+1\cdot(1-\lambda)\,n-j-1+\cdots+nCn-1\cdot\lambda n-1\cdot(1-\lambda)+nCn\cdot\lambda n \quad \cdots\cdots(2)$$

とあらわされるので、Gn,j(λ)=50%となるλがメジアンランクだということです。この結果式に至る誘導は説明すると長くなるので、引用文献1)を参照してください。

このようにして、任意のnのときのj番目のメジアンランクを求めるには、λに適切に数値をトライアンドエラーで入力し、Gn,j(λ)=50%となるまで、繰り返せばよいわけです。それをn=10までについて計算してみた結果を表2、計算過程の分かるものを表5に示します(表5の詳細は後述します)。実際にそうやって計算してみると、jとλとは等差数列になってくるので、数列の式を使って簡単にメジアンランクを求めるようにしたのが、よく目にする次の計算式になっています。なお、後述する信頼区間でのランクと区別するため、Gn,j(λ)=50%となるλをメジアンランクλmとして、区別してあらわされています。n ヶの試験をしたら、j番目の破損はどのような累積確率で最も発生しやすいか、それは50%=1/2の確率で発生する位置だ、としたのがメジアンランクだということです。

$$\lambda m=1-2^{(-1/n)}+(j-1)/(n-1)\cdot(2^{(1-1/n)}-1) \qquad (n<20) \quad \cdots\cdots(3-1)$$

$$\lambda m=(\,j-0.30685-0.3863\cdot((j-1)/(n-1))\,)/n \quad (n>20) \quad \cdots\cdots(3-2)$$

注）n>20の式は、等差数列の式をさらに、近似式としたものです

このようにして、nケの実験結果をワイブル確率紙にプロットすることができれば、容易にL10を求めることができます。

なお、このメジアンランクの近似式として、

$$\lambda m=(j-0.3)/(n+0.4) \quad \cdots\cdots(3-3)$$

という式も文献3)で紹介されていますが、プロットする程度では、これで十分です。

表2　標本数nのi番目のメジアンランク(全数破損)

| | | n | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| i | 1 | 0.5000 | 0.2929 | 0.2063 | 0.1591 | 0.1294 | 0.1091 | 0.0943 | 0.0830 | 0.0741 | 0.0670 |
| | 2 | | 0.7071 | 0.5000 | 0.3864 | 0.3147 | 0.2655 | 0.2295 | 0.2021 | 0.1806 | 0.1632 |
| | 3 | | | 0.7937 | 0.6136 | 0.5000 | 0.4218 | 0.3648 | 0.3213 | 0.2871 | 0.2594 |
| | 4 | | | | 0.8409 | 0.6853 | 0.5782 | 0.5000 | 0.4404 | 0.3935 | 0.3557 |
| | 5 | | | | | 0.8706 | 0.7345 | 0.6352 | 0.5596 | 0.5000 | 0.4519 |
| | 6 | | | | | | 0.8909 | 0.7705 | 0.6787 | 0.6065 | 0.5481 |
| | 7 | | | | | | | 0.9057 | 0.7979 | 0.7129 | 0.6443 |
| | 8 | | | | | | | | 0.9170 | 0.8194 | 0.7406 |
| | 9 | | | | | | | | | 0.9259 | 0.8368 |
| | 10 | | | | | | | | | | 0.9330 |

計算式
$F(xi)=1-2^{(-1/n)}+(i-1)/(n-1)\cdot(2^{(1-1/n)}-1)$　(n<20)

参考）表2を近似式で計算してみたもの

| | | n | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| i | 1 | 0.5000 | 0.2917 | 0.2059 | 0.1591 | 0.1296 | 0.1094 | 0.0946 | 0.0833 | 0.0745 | 0.0673 |
| | 2 | | 0.7083 | 0.5000 | 0.3864 | 0.3148 | 0.2656 | 0.2297 | 0.2024 | 0.1809 | 0.1635 |
| | 3 | | | 0.7941 | 0.6136 | 0.5000 | 0.4219 | 0.3649 | 0.3214 | 0.2872 | 0.2596 |
| | 4 | | | | 0.8409 | 0.6852 | 0.5781 | 0.5000 | 0.4405 | 0.3936 | 0.3558 |
| | 5 | | | | | 0.8704 | 0.7344 | 0.6351 | 0.5595 | 0.5000 | 0.4519 |
| | 6 | | | | | | 0.8906 | 0.7703 | 0.6786 | 0.6064 | 0.5481 |
| | 7 | | | | | | | 0.9054 | 0.7976 | 0.7128 | 0.6442 |
| | 8 | | | | | | | | 0.9167 | 0.8191 | 0.7404 |
| | 9 | | | | | | | | | 0.9255 | 0.8365 |
| | 10 | | | | | | | | | | 0.9327 |

近似計算式
$F(xi)=(r-0.3)/(n+0.4)$

## 5）ワイブルスロープ

では、転がり軸受の寿命はL10であらわすというが、これとよく目にするL50とはどんな関係なのだという ことが気になると思います。ここで、ワイブル確率紙について少し触れておきます。(1)式を

$$1\text{-}F(x)=\exp(-\alpha x^{\beta}) \quad \cdots\cdots(4)$$

と書き換えて、逆数を採り、次いで自然対数を採り、さらに、常用対数を採れば、

$$\log(\ln(1/(1\text{-}F(x)))=\beta\cdot\log x+\log\alpha \quad \cdots\cdots(5)$$

となりますので、縦軸をlog(ln)、横軸をlogにとれば、この式は傾き$\beta$の直線になります。xは破損に至った寿命、F(x)はその寿命に至った累積個数の全体に対する割合、つまり累積破損確率になっていますから、これをプロットできるようなグラフ様式がワイブル確率紙になります。この直線の勾配はワイブルスロープと呼ばれていて、$\beta$ではなくてbの記号またはeの記号であらわされることが多いようです。

なお、ここでは自然対数を用いていますが、自然対数と常用対数には

$$\ln X/\log X=\log 10/\log(e)=2.3026$$

の関係があるので、

$$\log(\log(1/(1\text{-}F(x)))=\beta\cdot\log x+\log(\alpha/2.3026) \quad \cdots\cdots(5)'$$

とすることができるので、(5) と(5)' とは、直線の上下位置が異なるだけであり、ワイブル確率紙としては、縦軸はlog(log) としても大勢に影響は出ません。実用域としては、(試験個数に応じたメジアンランク、観測寿命値)の座標をプロットして、L10、L50、bなどを推定する範囲でしか使われないことが多いので、logとlnの違いの影響は出ません。ほとんどのワイブル線図はこのようにしてつくられています。

このワイブル線図を引いたとき、L10が縦軸10%位置での寿命なのですから、L50は縦軸50%のときの寿命になります。ですから、直線は勾配をなしているので、L50＞L10となり、L50とL10の大きさ比率は、bの大きさにより変わることになります。

直線のL50とL10の寿命間の傾きを採ると、

$$(\log(\ln(1/(1\text{-}50\%)))-\log(\ln(1/(1\text{-}10\%)))/(\log(L50)-\log(L10))=b \quad \cdots\cdots(6)$$

となります。上式の分子は0.8181と計算されますから、書き直して、

$$\log(L50/L10)=0.8181/b \quad \cdots\cdots(6)'$$

とできます。

これより、ワイブルスロープbを特定できれば、L50/L10を推定できることになります。

ワイブルスロープbは、転がり軸受の文献などでは、eの記号を使って表わすことが多く玉軸受ではe=10/9、ころ軸受ではe=9/8が使用されており、観測上も、清浄油中ですとこれに近い数値が観測されることが多いようです。しかし、異物混入があるなど、潤滑条件が悪くなるとワイブルスロープは大きくなってくる(線図が立ってくる) といわれています。

図2に、(3) で提示した全数破損の事例、ワイブル線図とワイブルスロープの計算値を示します。この例では、大きいbが観測されています。

図3および、表3に、L50/L10とbの一般的な関係を示します。

清浄油中ではbの数値は1近くが多いので、L50/L10は実に5倍近くと計算されます。

機械部品に軸受を適用するとき、通常、その軸受のL10計算寿命が機械に必要な寿命よりも大きくなるように軸受サイズ、形式が決められますので、実にこの5倍近くに平均寿命に近いL50が位置する、いい換えれば、通常の潤滑環境で使われている軸受の寿命は、この程度の長い寿命になる、というわけです。さらに、通常軸受の清浄油中のL10実測寿命は、L10計算寿命の数倍長く観測されることが多いので、軸受って壊れないものなのだ、という神話のような話は、このようなところからもきているように思われます。

通常、軸受選定はL10で設計されますので、ワイブルスロープ1程度であれば、軸受の平均的な寿命は、軸受を設定するときの計算寿命の5倍相当に位置するというのは記憶にとどめておかれればと思います。

一方、汚れた潤滑油のような潤滑環境(貧潤滑) では、ワイブルスロープが大きくなる、つまり、直線が立つような分布をすることが多くなるので、L50もL10も同程度の確率寿命に近くなってきますが、b=3としても、L50/L10=1.8程度と計算されます。しかし、貧潤滑での実測寿命は計算寿命L10にも到達しないことが多く、このことは、L50/L10比以前のこととして、どの個体も短い寿命で観測されるということを示しています。このため、異物環境での転がり寿命は、確率寿命ではないという人もいます。

なお、ここで参考に、ワイブル確率紙の線図の縦横長さについて記しておきます。

縦横軸とも対数ですが、F(x) が10%と65.1%の間、あるいは、20.57%と90%の間の縦軸の数値差は1と計算されますので、この長さを横軸の対数指数1のスケールとあわせると、ひかれた直線の幾何学的勾配そのものをワイブルスロープbとして読み取ることができます。通常のワイブル確率紙では必ずしもこの

縦横比率にはなってはいないことが多いので、注意して下さい。なお、図2では、これらの縦横長さをあわせた確率紙にしてワイブル線図を表示しました。表4には、参考に、F(x)の上記2点間での数値差の計算表を付けておきました。なお、F(x)が10%と1%の間の長さは1.02ですので、横軸を対数一区間とみたとき、この間で真四角になるようなチャートであれば、感覚的に勾配を読み取っても大きい間違いではないと思われます。

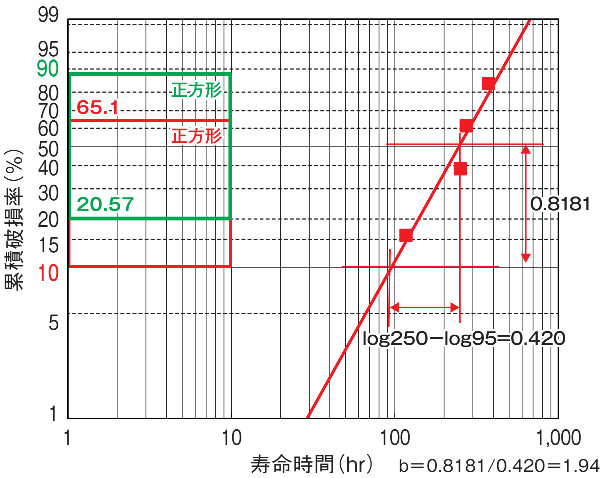



図2　n=4全数破損試験例のワイブル線図

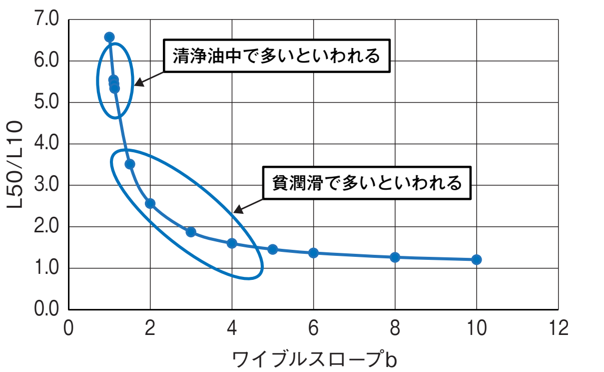



図3　L50/L10とワイブルスロープbの関係

表3　L10/L50とワイブルスロープbの関係

| F(x)(%) | A=ln(1/(1-F(x)) | logA |
|---|---|---|
| 50 | 0.6931 | −0.1592 |
| 10 | 0.1054 | −0.9773 |
| log(A(50%)))−log(A(10%))) | | 0.8181 |

| b | log(L50/L10) | L50/L10 |
|---|---|---|
| 1 | 0.818 | 6.579 |
| 1.1 | 0.744 | 5.543 |
| 1.111 | 0.736 | 5.450 |
| 1.125 | 0.727 | 5.336 |
| 1.5 | 0.545 | 3.511 |
| 2 | 0.409 | 2.565 |
| 3 | 0.273 | 1.874 |
| 4 | 0.205 | 1.602 |
| 5 | 0.164 | 1.458 |
| 6 | 0.136 | 1.369 |
| 8 | 0.102 | 1.266 |
| 10 | 0.082 | 1.207 |

備考;b=10/9(1.111)は玉軸受、1.125(9/8)はころ軸受で設定される

表4　縦軸と横時の長さが同一となるF(x)の間

| F(x)(%) | A=ln(1/(1-F(x)) | logA |
|---|---|---|
| 95 | 2.9957 | 0.4765 |
| 90 | 2.3026 | 0.3622 |
| 80 | 1.6094 | 0.2067 |
| 70 | 1.2040 | 0.0806 |
| 65.1 | 1.0527 | 0.0223 |
| **63.21** | **0.9999** | **0.0000** |
| 60 | 0.9163 | −0.0380 |
| 50 | 0.6931 | −0.1592 |
| 40 | 0.5108 | −0.2917 |
| 30 | 0.3567 | −0.4477 |
| 20.57 | 0.2303 | −0.6377 |
| 20 | 0.2231 | −0.6514 |
| 10 | 0.1054 | −0.9773 |
| 5 | 0.0513 | −1.2899 |
| 1 | 0.0101 | −1.9978 |

数値差 1.000
数値差 1.000
1.020

F(x)=1～10でもほぼ1なので、これで真四角性を診てもよい

# 3. 信頼限界

## 1) 5%ランク、95%ランク

転がり軸受は機能部品ですので、製造工程や素材を変更した場合は、軸受耐久性能の劣化が生じていないかなどを診るために、耐久試験により検証確認の行なわれることがときどきあります。それにより得られた試験結果はワイブル線図で整理し、L10、L50などの変化度合いを評価します。このとき、どれくらいの差異までなら、性能の変化はなかったと判断してよいか、ということが議論になることがあります。確率寿命なので、変更前後の耐久性が全く同一になるということはありえないことですが、どういう考え方をすればよいかというときに、信頼区間という考え方が参考になります。

先にメジアンランクといいました。それは、試験で観察された寿命を小さい数値から順に並べて、その各点で観測されている寿命はそのランクで50%の確率で生じているということを前提にしているわけです。これを、最も確率的に発生しやすい、という言葉で表現されていることもあります。ですが、それは、勝手にそう仮定しているわけで、5%の確率で生じている、95%の確率で生じている、と考えても否定はできないことです。これらの数値は、50%での発生確率という意味でのメジアンランクという言葉に対して、5%ランク、95%ランクと呼ばれることもあります。5%ランク,95%ランクが議論に出てくるのは、観測された寿命数値を短い順に並べたとき、例えばL10寿命の累積破損確率位置は、メジアンランクに来るのが最も確率は高いが、そうでないとしても、5%ないしは95%の発生確率で生じたことだと考えるときは、どの位置にプロットすべきか、といっているわけで、そのプロット範囲が信頼限界と呼ばれているものです。この計算は次のように求められます。

個数n個の中の順位数jとして、順位率$\lambda = j/n$とすれば、$\lambda$に対する累積分布関数の一般式が(2)式ですから、一つのnに対して、jの数値ごとに、$Gnj(\lambda) = 5\%$または95%となる$\lambda$をトライアンドエラーで求めると、そのときの$\lambda$が5%ランク、95%ランクとなります。

n=10のときのこれらの計算過程とn=10および、5、4の計算結果を表5に示します。

繰り返しますが、通常メジアンランクと云っているのは、$Gnj(\lambda) = 50\%$となる$\lambda$のことであり、5%や95%ランクと区別する目的も含めてでしょうが、$\lambda m$と呼ばれているものです(50%ランクとは呼ばれないようです)。表5には、この計算方法で求めた$\lambda m$と5%、95%ランクと併記して示しておきます。これらの数値は、観測された寿命に対して、F(x)、つまり縦軸のどこにプロットするかという信頼幅を示すものですから、試験個数nだけに依存し、寿命値そのものやワイブルスロープには依存しません。

## 表5　n=10のときの、メジアンランク(50%ランク)、5%、95%ランクの計算例

$Gnj(\lambda) = nCj \cdot \lambda^{j} \cdot (1-\lambda)^{n-j} + nCj{+}1 \cdot \lambda^{j+1} \cdot (1-\lambda)^{n-j-1} + \cdots\cdots + nCn{-}1 \cdot \lambda^{n-1} \cdot (1-\lambda) + nCn \cdot \lambda^{n}$

**求め方の手順**

- 累積分布関数はn、jの組みあわせの項nヶの和であらわされるので、各項のnCjを事前に求めておくと便利です。
- 縦軸に順位数j、横軸にnの数に応じて、1〜nの数値とした表を造り、各マス目で計算式の各項の数値を入れることにします。
- 各順位数のλの欄に適当な1以下のλを仮入力し、1〜nまでのマス目に、そのλを使用した計算式の各項を計算します。
  このとき、nの数に応じて、j>nとなる範囲のマス目の数値は、計算はできてもあり得ないことになるので注意してください。
- 各マス目の合計Gnj(λ)が、0.5、0.05、0.95となるように、λを上下させて、トライアンドエラーで繰り返し入力します。

n=10のときのnCj

| j | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| n−j | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |
| nCj | 10 | 45 | 120 | 210 | 252 | 210 | 120 | 45 | 10 | 1 |

(1)Gnj(λ)=0.5となるλ(いわゆるメジアンランクλm)　(合計)

| | | λ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | Gnj(λ) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 順位数 j | 1 | 0.0670 | 0.3589 | 0.1159 | 0.0222 | 0.0028 | 0.0002 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.50 |
| | 2 | 0.1632 | | 0.2882 | 0.1499 | 0.0511 | 0.0120 | 0.0019 | 0.0002 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.50 |
| | 3 | 0.2594 | | | 0.2560 | 0.1569 | 0.0660 | 0.0193 | 0.0039 | 0.0005 | 0.0000 | 0.0000 | 0.50 |
| | 4 | 0.3557 | | | | 0.2405 | 0.1593 | 0.0733 | 0.0231 | 0.0048 | 0.0006 | 0.0000 | 0.50 |
| | 5 | 0.4519 | | | | | 0.2349 | 0.1614 | 0.0760 | 0.0235 | 0.0043 | 0.0004 | 0.50 |
| | 6 | 0.5481 | | | | | | 0.2374 | 0.1646 | 0.0749 | 0.0202 | 0.0024 | 0.50 |
| | 7 | 0.6443 | | | | | | | 0.2489 | 0.1691 | 0.0681 | 0.0123 | 0.50 |
| | 8 | 0.7406 | | | | | | | | 0.2740 | 0.1738 | 0.0496 | 0.50 |
| | 9 | 0.8368 | | | | | | | | | 0.3283 | 0.1684 | 0.50 |
| | 10 | 0.9330 | | | | | | | | | | 0.5000 | 0.50 |

(2)Gnj(λ)=0.95となるλ・・・90%信頼限界の上限(95%ランク)の数値　(合計)

| | | λ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | Gnj(λ) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 順位数 j | 1 | 0.2589 | 0.1746 | 0.2745 | 0.2557 | 0.1563 | 0.0655 | 0.0191 | 0.0038 | 0.0005 | 0.0000 | 0.0000 | 0.95 |
| | 2 | 0.3942 | | 0.1268 | 0.2201 | 0.2506 | 0.1957 | 0.1061 | 0.0395 | 0.0096 | 0.0014 | 0.0001 | 0.95 |
| | 3 | 0.5069 | | | 0.1108 | 0.1993 | 0.2459 | 0.2106 | 0.1237 | 0.0477 | 0.0109 | 0.0011 | 0.95 |
| | 4 | 0.6066 | | | | 0.1054 | 0.1950 | 0.2506 | 0.2208 | 0.1277 | 0.0437 | 0.0067 | 0.95 |
| | 5 | 0.6965 | | | | | 0.1064 | 0.2034 | 0.2668 | 0.2296 | 0.1171 | 0.0269 | 0.95 |
| | 6 | 0.7776 | | | | | | 0.1136 | 0.2269 | 0.2975 | 0.2312 | 0.0808 | 0.95 |
| | 7 | 0.8500 | | | | | | | 0.1298 | 0.2759 | 0.3474 | 0.1969 | 0.95 |
| | 8 | 0.9127 | | | | | | | | 0.1651 | 0.3837 | 0.4011 | 0.95 |
| | 9 | 0.9632 | | | | | | | | | 0.2626 | 0.6873 | 0.95 |
| | 10 | 0.9949 | | | | | | | | | | 0.9502 | 0.95 |

(3)Gnj(λ)=0.05となるλ・・・90%信頼限界の下限(5%ランク)の数値　(合計)

| | | λ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | Gnj(λ) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 順位数 j | 1 | 0.0051 | 0.0487 | 0.0011 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.05 |
| | 2 | 0.0368 | | 0.0451 | 0.0046 | 0.0003 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.05 |
| | 3 | 0.0873 | | | 0.0421 | 0.0071 | 0.0008 | 0.0001 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.05 |
| | 4 | 0.1500 | | | | 0.0401 | 0.0085 | 0.0012 | 0.0001 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.05 |
| | 5 | 0.2224 | | | | | 0.0390 | 0.0093 | 0.0015 | 0.0002 | 0.0000 | 0.0000 | 0.05 |
| | 6 | 0.3035 | | | | | | 0.0386 | 0.0096 | 0.0016 | 0.0002 | 0.0000 | 0.05 |
| | 7 | 0.3934 | | | | | | | 0.0391 | 0.0095 | 0.0014 | 0.0001 | 0.05 |
| | 8 | 0.4931 | | | | | | | | 0.0404 | 0.0087 | 0.0008 | 0.05 |
| | 9 | 0.6058 | | | | | | | | | 0.0433 | 0.0067 | 0.05 |
| | 10 | 0.7411 | | | | | | | | | | 0.0500 | 0.05 |

| | n=10での各ランク | | | n=4での各ランク(参考) | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 5%ランク | メジアンランク | 95%ランク | 5%ランク | メジアンランク | 95%ランク |
| 1 | 0.0051 | 0.0670 | 0.2589 | 0.0127 | 0.159 | 0.526 |
| 2 | 0.0368 | 0.1632 | 0.3942 | 0.0980 | 0.386 | 0.751 |
| 3 | 0.0873 | 0.2594 | 0.5069 | 0.2490 | 0.614 | 0.902 |
| 4 | 0.1500 | 0.3557 | 0.6066 | 0.4740 | 0.841 | 0.988 |
| 5 | 0.2224 | 0.4519 | 0.6965 | | | |
| 6 | 0.3035 | 0.5481 | 0.7776 | | | |
| 7 | 0.3934 | 0.6443 | 0.8500 | | | |
| 8 | 0.4931 | 0.7406 | 0.9127 | | | |
| 9 | 0.6058 | 0.8368 | 0.9632 | | | |
| 10 | 0.7411 | 0.9330 | 0.9949 | | | |

nの数値が異なる場合でも、同様の計算方法で、
メジアンランク、95%ランク、5%ランクを求めることができます。
n=4の計算過程は省略し、結果のみを左記します。
n数が少ないと信頼限界範囲の大きくなることが分かります。

## 2）信頼度

軸受の疲労寿命試験をなぜ行なうのかは、限られた数nの標本軸受の寿命を実測することにより、母集団の実力寿命を把握するためです。ですから、信頼性という概念が出てきているわけで、実測プロットから得た直線が、仮に母集団の実際を現わしていないとしても、どれくらい乖離して観測されているものなのだろうか、の目安を与えてくれるものになります。このため、90%信頼度といって、観測値が50%ランクで観測されたとし、その5%、95%ランクの間の範囲に母集団は存在するであろう、という解釈をしてデータを診ることが多いようです。これを線図化したものを、図4-1、図4-2に示します。

図4-1は、表1のn=4の観測値からワイブル線図を直線化し、その直線の信頼区間を求めたものです。直線を構成できたとすると、その直線は、この場合n=4のメジアンランク位置を通っているのですから、直線の4か所各点の上下に、5%ランク、95%ランクをプロットしてつなぐと、それが信頼区間になります。このようにして求めたものですが、n数が大きくなるとどのようになるかを比較したものが図4-2です。

n=4で得られたワイブル線図の直線が、n=10のときにもそのまま観測されると仮定すれば、上記と同様に信頼区間をプロットすると図4-2のようになります。求め方は上記と同様で、n=10のメジアンランクでの寿命の位置を特定し、その上下に、n=10の5%ランク、95%ランクをプロットして線図化すればよいわけです。図4-1のn=4の信頼区間と併記して記載しましたが、n数が増加すると信頼区間の幅が狭くなる、いい換えれば観測値の信頼性が向上していく、ということが分かります。

図4-2のn=10での信頼区間を診れば、L50位置でもメジアン約250hrsに対して、5%信頼度でのメジアンは約180hrs、95%信頼度では約350hrsと読めますので、n=10でもばらつきは10%以上の単位で発生することになり、信頼区間を考慮すると、観測データにわずかな変化が出たとしても、それを必ずしも有意と判断することはできないことが分かります。例えば、軸受に使用されるボールのメーカーを変えたら寿命が10%変化したので、劣化したとか、向上したとかという判断は安易にすべきではないということです。機能部品の工程変更を行ない、これに伴い性能確認試験すると、何かしら性能の変化が発生するのは当然のことのように思います。そのような場合、劣化したとか、優位になったとかの判断だけであれば、その部品そのものを肯定する、否定するという議論になりがちなのですが、信頼区間も含めて、機械全体の寿命をどうあれ満たすことの担保が維持されているだろうか、という判断の方をむしろ優先すべきと思われます。それを満たしていれば、ボールは何でもいいわけで、このようなことを判断するのが確率寿命ということだと思います。軸受寿命計算式はそのような思想で構成されているということを理解すべきと思うのです。

なお、通常、信頼性あるデータとするにはn=20ヶ程度必要だといわれますが、通常、製造メーカーではこれほど多くの試験をこなすのは実用的ではないので、信頼度を念頭に置いた上で、少ない場合はn=4程度で行なわれることが多いようです。

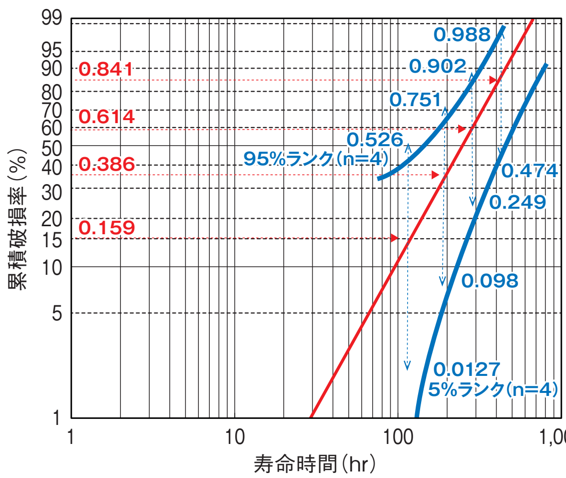



図4-1　図1のワイブル線図がn=4で確定したとしての95%および、5%ランクのプロット

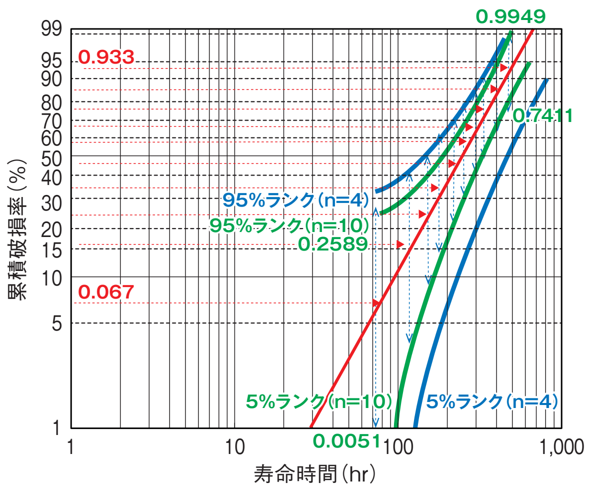
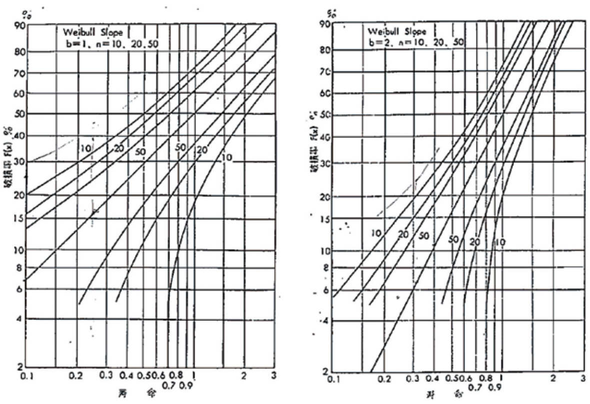



図4-2　図1のワイブル線図がn=4で確定したとしての
n=10での95%および、5%ランクのプロット

## 3）信頼限界を記した一般線図

何個の試験であれ、メジアンランクを使用して、とにかくワイブル線図の直線を引けたとしたら、その信頼限界は、その直線を引いた軸受の個数が分かれば、以上の方法で計算し線図化できることになります。ここでさらに、すすんで、信頼限界を個々の軸受の個々の試験条件で逐一描くのではなくて、どんな軸受にもメジアンランクの直線さえ特定できれば普遍的に適用できる線図は描けないかを考えてみます。

メジアンランクの直線は、L50、L10、ワイブルスロープbのうちのいずれか2ヶが特定できれば、その直線は一義に決まります。一方、信頼限界は、これらの数値には関係なく、個数さえ決まれば一義に決まります。なので、個数に関係なくメジアンランクの直線をひとつに固定するとすれば、その直線に対する個数nに応じた信頼限界は自動的に決まります。そこで、そのメジアンランクの直線を表わすときの横軸の寿命をL50で除した比率であらわすことにするのです。そうすると、メジアンランクの直線は、(L50、50%)の座標が(1,50%)となり、この点を通る傾きbの直線になる、すなわち、軸受サイズ、実寿命に関係なく、普遍的にばらつきを見積もることのできる線図に置き換えることができることになります。このようにして、描かれたであろう引用文献(2)に掲載されている線図を、図5に示します。信頼限界は、ワイブルスロープbと試験個数nだけで見積もることができるようになっています。試験個数が増えると、あるいは、bが大きくなると、信頼限界の幅は小さくなることが、軸受の実寿命によらず、客観的に分かると思います。



90%信頼限界と試料数の関係　90%信頼関係と試料数の関係

図5　横軸の寿命をL50比であらわしたときの、
ワイブルスロープbおよび、個数nによる信頼限界の違い
（bごとの普遍的な線図）

# 4. サドンデステスト法

業務の実用性を考えたとき、あと一つの試験方法を紹介しておきます。それは、試験時間を短縮するために考えられた試験方法で、サドンデステスト法と呼ばれているものです。nヶの試験個数を設定したとすると、これをmヶずつのrヶのグループに分けた試験とし、mヶの中の最初の一つが寿命に至ったときに、そのグループが寿命に至ったと考えるものです。プロット数はグループ数であるrヶになりますが、その各点の寿命は、mヶの中の最小の寿命になりますから、仮にrヶの全数破損試験を行なったとすると、その試験時間よりも短い試験時間で済むことになります。

r個を全数破損試験したとすると、その累積破損率F(x)は既述の(4)式で表わされます。一方、サドンデステスト法の場合は、プロット数は同じrヶになっても、各グループはmヶの試験数で構成されていますから、

その累積破損確率$F_{SD}(x)$は、mの分だけ破損確率が高められてしまい、既述の(4)式と比較すると

$$1-F(x)=\exp(-\alpha x^{\beta}) \quad \cdots\cdots (4)$$
$$1-F_{SD}(x)=\exp(-m\alpha x^{\beta}) \quad \cdots\cdots (4)'$$

として、全数破損とサドンデスでの累積破損率は異なることになります。両式から

$$F(x)=1-[1-F_{SD}(x)]^{1/m} \quad \cdots\cdots (7)$$

が誘導でき、さらに、これらの対数を採れば、

$$\log(\ln(1/(1-F(x))))=\log(\ln(1/(1-F_{SD}(x))))-\log m \quad \cdots\cdots (7)'$$

となります。サドンデステストとすると、mヶの中の最初に破損したのが、そのグループの破損とみなしますから、サドンデスのメジアンランクは、全数破損試験のメジアンランクよりもlogmの分だけ小さくなる、全数破損で引ける直線の下部の方にプロット点が発生する、というわけです。表6には(7)式に基づき、各グループmヶのrグレープのサドンデステスト法での、rヶのメジアンランクの数値を載せておきました。

**表6　サドンデステスト法のメジアンランク(各グループ内個数mのrグループ)計算例**
**mの数値に応じて、rヶの試験個数のメジアンランク位置が決まります**

r=2グループ

| | | m | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 計算式 |
| i | 1 | 0.2929 | 0.1591 | 0.1091 | 0.0830 | 0.0670 | 0.0561 | 0.0483 | 0.0424 | 1-(1-λm(i=1))^(1/m) |
| | 2 | 0.7071 | 0.4588 | 0.3359 | 0.2643 | 0.2178 | 0.1851 | 0.1609 | 0.1423 | 1-(1-λm(i=2))^(1/m) |

r=3グループ

| | | m | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 計算式 |
| i | 1 | 0.2063 | 0.1091 | 0.0741 | 0.0561 | 0.0452 | 0.0378 | 0.0325 | 0.0285 | 1-(1-λm(i=1))^(1/m) |
| | 2 | 0.5000 | 0.2929 | 0.2063 | 0.1591 | 0.1294 | 0.1091 | 0.0943 | 0.0830 | 1-(1-λm(i=2))^(1/m) |
| | 3 | 0.7937 | 0.5458 | 0.4091 | 0.3261 | 0.2707 | 0.2313 | 0.2019 | 0.1791 | 1-(1-λm(i=3))^(1/m) |

r=4グループ

| | | m | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 計算式 |
| i | 1 | 0.1591 | 0.0830 | 0.0561 | 0.0424 | 0.0341 | 0.0285 | 0.0245 | 0.0214 | 1-(1-λm(i=1))^(1/m) |
| | 2 | 0.3864 | 0.2167 | 0.1502 | 0.1149 | 0.0931 | 0.0782 | 0.0674 | 0.0592 | 1-(1-λm(i=2))^(1/m) |
| | 3 | 0.6137 | 0.3785 | 0.2717 | 0.2116 | 0.1732 | 0.1466 | 0.1271 | 0.1121 | 1-(1-λm(i=3))^(1/m) |
| | 4 | 0.8410 | 0.6013 | 0.4582 | 0.3685 | 0.3077 | 0.2640 | 0.2310 | 0.2054 | 1-(1-λm(i=4))^(1/m) |

r=5グループ

| | | m | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 計算式 |
| i | 1 | 0.1295 | 0.0670 | 0.0452 | 0.0341 | 0.0274 | 0.0228 | 0.0196 | 0.0172 | 1-(1-λm(i=1))^(1/m) |
| | 2 | 0.3148 | 0.1722 | 0.1184 | 0.0902 | 0.0728 | 0.0611 | 0.0526 | 0.0462 | 1-(1-λm(i=2))^(1/m) |
| | 3 | 0.5001 | 0.2930 | 0.2064 | 0.1591 | 0.1295 | 0.1091 | 0.0943 | 0.0830 | 1-(1-λm(i=3))^(1/m) |
| | 4 | 0.6854 | 0.4391 | 0.3199 | 0.2511 | 0.2065 | 0.1753 | 0.1523 | 0.1346 | 1-(1-λm(i=4))^(1/m) |
| | 5 | 0.8707 | 0.6404 | 0.4943 | 0.4003 | 0.3358 | 0.2889 | 0.2534 | 0.2256 | 1-(1-λm(i=5))^(1/m) |

備考1.　m=1のときのメジアンランクは、当然ですが、r個全数破損としたときのメジアンランクに相当します。
計算式欄のλmは、このm=1のメジアンランクを示していて、mの増加につれて、メジアンランクが小さくなっていきます。

# 5. おわりに

軸受は部品としてはかなり完成された学問体系を有しています。なので、寿命に限らず、トルク、発熱、振動など、設計段階から、かなりのことが机上予測できるようになってきています。それだけに、信頼性によっては、ばらつきの範囲では、必ずしもそのようにはならないことがありうる、というのはなかなか理解してもらえないことが多いようですが、それだけに確率寿命ということを理解する必要があると思い、ここでは、寿命ということの信頼性の考え方について、引用文献1)などを通して得られる実務上に必要となる知見を紹介してみました。疲労試験に係る業務では、これだけの情報で事足りると思いますが、興味のある方は、これらに紹介されている、さらに、すすんだ解説書をみればより理解が得られると思います。

NACHIでは、軸受試験、研究に携わり、その結果を新商品開発に活かしてきている多くの技術者がいますが、研究施設の創設当時に在籍していた広田忠雄からは、多くの技術者が教えを受けています。広田は、技術解析や材料に造詣が深く、0系新幹線車軸軸受の開発に大きな功績を遺した矢野勝雄から直々の教えを受けた研究者でもあり、授けてもらった研究開発に対する視点や姿勢は、これらを後世にも伝えるべく、研究論文などを通して遺してきています。ここで述べたことは、ほとんどがそれに負うものであり、感謝申し上げると共に、軸受研究に携わる方々に少しでもお役に立つことがあれば、とてもうれしく思います。

なお、この他に、カタログなどに書かれている信頼度係数a1はなぜ99%までか、なぜL10なのか、など、いくつかの素朴な疑問を聞くこともありますが、紙数が限られているので、別に改めて述べたいと思っています。

## 引用文献

1) 岡本 純三：ボールベアリング設計計算入門 P.231（日刊工業新聞社）
2) たとえば、広田忠雄ら：転がり軸受の寿命と信頼性について（その1）
不二越技報 Vol.25 No.1（1969）
3) ベアリングの散歩道 ベアリング P.30　第67巻 第3号（2024）